



## 횡단유동내 인젝터 홀의 위치에 따른 제트의 분무 특성

최명환<sup>a</sup> · 신동수<sup>a</sup> · Kanmaniraja Radhakrishnan<sup>a</sup> · 손민<sup>a</sup> · 구자예<sup>b,\*</sup>

### Spray Characteristics of Jet According to Position of Injector Hole in Crossflow

Myeong Hwan Choi<sup>a</sup> · Dong Soo Shin<sup>a</sup> · Kanmaniraja Radhakrishnan<sup>a</sup> ·  
Min Son<sup>a</sup> · Jaye Koo<sup>b,\*</sup>

<sup>a</sup>Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Graduate School, Korea Aerospace University, Korea

<sup>b</sup>School of Mechanical and Aerospace Engineering, Korea Aerospace University, Korea

\*Corresponding author. E-mail: [jykoo@kau.ac.kr](mailto:jykoo@kau.ac.kr)

#### ABSTRACT

Effects of injector position and momentum flux ratio on a vertical jet in a cross-flow field are qualitatively studied and displayed using air and water. The position of the injector hole and the momentum flux ratio is changed and image visualization is performed using a shadowgraph technique and a high-speed camera. The visualized images are compared to find differences in spraying using density gradient magnitude image. It is observed that, as the  $x/d$  of the apparatus increases, the jet break-up height decreases. When  $x/d$  is 0, the spray reaches the bottom and ceiling at any momentum flux ratio.

#### 초 록

공기와 물을 사용하여 인젝터의 위치와 운동량 플럭스 비가 수직유동이 횡단유동장내의 수직 분사 제트에 미치는 영향을 정성적으로 연구하고 도시하였다. 운동량 플럭스 비를 고정하고 인젝터 홀의 위치를 변화시킨 후 역으로 인젝터 홀의 위치를 고정하고 운동량 플럭스 비를 변화시켰다. 이미지 가시화는 고속카메라를 이용하여 Shadowgraph 기법을 사용하였다. 가시화된 이미지는 밀도구배강도 이미지를 통하여 분무의 차이가 비교되었다. 장치의  $x/d$ 가 증가할수록 액주 기둥의 높이가 낮아지는 것을 확인하였다.  $x/d$ 가 0일 때는 어떤 운동량 플럭스 비에서도 분무가 바닥 또는 천장에 닿게 되는 결과를 보였다.

Key Words: Gas Turbine Engine(가스터빈엔진), Radial Swirler(반경방향 스윌러), Jet in Cross-flow (수직 분사 제트), Momentum Flux Ratio(운동량 플럭스 비)

Received 5 June 2017 / Revised 15 January 2018 / Accepted 19 January 2018

Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers

pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548

[이 논문은 한국추진공학회 2017년도 춘계학술대회(2017. 5. 31-6. 2, 라마다프라자 제주호텔) 발표논문을 심사하여 수정·보완한 것임.]

#### Nomenclature

$L$	: interval of injector
$D_w$	: inner width
$d$	: injector hole diameter
$h$	: height of horizontal flow channel
$J$	: momentum flux ratio
$w$	: width of horizontal flow channel
$x/d$	: non-dimensional injector position
$y/d$	: non-dimensional length

## 1. 서 론

전 세계를 통틀어 대기오염에 대한 위기의식이 고조되면서 엔진에 대한 배기가스 규제가 강해지고 있다. 국제민간항공기구(International Civil Aviation Organization, ICAO)의 환경규제위원회(Committee on Aviation Environmental Protection, CAEP)에서 주요 대기오염물질에 대한 규제를 제정하고 있다. 그래서 최근 주목받고 있는 항공용 가스터빈 엔진의 연소기 기술인 희박 예혼합 연소기(Lean-Premixed-Prevaporized, LPP)가 많이 연구되고 있다[1, 2]. LPP 연소기는 희박 직접분사 연소기(Lean Direct Injection, LDI)와 마찬가지로 희박연소로 화염 온도를 낮추어 온도의 함수로 표현되는 NO<sub>x</sub> 생성량을 감소시키는 개념을 기본으로 한다. LPP 연소기는 연소가 일어나기 이전에 연료와 공기의 균일한 혼합을 만들고 공기 중에 분사된 액체연료가 충분한 시간을 통해 기화된 후 공기와 예혼합기를 만들어 연소시키는 개념이다. LPP연소기는 국부 화염 온도가 낮으므로 벽 라이너의 냉각에 필요한 공기량이 줄어들어 연소기에 쓰이는 공기량을 늘릴 수 있으며 이로 인해 공기와 연료 사이의 전단력을 이용한 분무에 매우 유리하다. 하지만 예혼합과 예증발에 쓰이는 시간이 매우 길어 화염이 꺼지거나 예혼합 영역에서 자연발화나 역화가 일어날 수 있다. 때문에 구조와 형상에 따라 적절한 스월러(swirler)와 연소기를 선정해야 한다.

최근 연구되고 있는 동향에 의하면 main injector와 pilot injector는 각각 다른 분무 방식

을 채택한다. Main injector는 연소기 내부로 흘러 들어가는 공기량이 많으므로 낮은 분무 압력에서도 미립화가 유리한 air-blast 방식이나 횡단 유동에 대한 수직 분사 제트(jet in cross-flow)방식을 주로 채택한다[3]. 수직 분사 제트 분무방식은 수직으로 분사되는 액체 제트에 수평방향으로 진행되는 공기 유동을 사용하여 미립화를 일으키는 방식이다[4]. 공기유동은 예혼합과 예증발의 시간을 길게하기 위해 스월러를 통하여 스월을 주게 된다. 여기서 채택되는 스월러는 축방향 스월러와 반경방향 스월러가 있다. 반경 방향 스월러를 채택하게 되면 공기의 유동이 일반적인 축방향 유동과는 다르므로 수직제트가 분사되는 인젝터 홀의 위치가 중요 변수가 될 수 있다[5]. 본 연구에서는 반경방향 스월러를 사용한 수직 분사 제트 방식의 main injector의 설계를 위해 수직 분사 제트 유동에 대한 인젝터 홀의 위치에 따른 분무특성을 연구하고 고속카메라와 이미지 가시화 기법을 통해 분석하였다.

## 2. 실험 장치 및 실험 방법

### 2.1 수직 분사 제트 유동 가시화 실험 장치 및 인젝터

횡단 유동에 대하여 인젝터 홀의 위치에 따른 수직 분사 제트 유동 시험을 수행하기 위한 실험장치의 개략도를 Fig. 1에 나타내었다. 풍동기에서 나온 유동은 장치 안으로 들어가고 장치 안에서 수직 유동을 만들기 위해 90°로 굽혀진 관을 통과한다. 수직 유동은 반경방향 스월러에 의해 형성되는 유동장과 유사한 환경을 조성하기 위하여 수평 방향으로 다시 바뀌게 된다. 수평 방향 유동은 장치를 빠져나와 대기 중으로 퍼지며 퍼진 유동은 환풍구를 통해 일정한 방향으로 흐르게 된다. 인젝터 홀의 위치는 총 5개지만 수직 유동에 직접영향을 받는 위치( $D_w$ 의 위치)는 본 실험에서 제외하여 수직 유동이 직접적인 영향을 받지 않는 3개를 실험하였다. 인젝터에서 사용된 액체는 물이고 수직 방향에서 꺾여 수평 방향으로 움직이는 유동에 대하여 90°로 분사되며 횡단 유동에 대한 수직 분사 제트를

Table 1. Experimental condition.

exit area (mm <sup>2</sup> )	water density (kg/m <sup>3</sup> )	water mass flow rate(g/s)	water velocity (m/s)	air density (kg/m <sup>3</sup> )	air mass flow rate(g/s)	air velocity (m/s)	momentum flux ratio
800	1000	1	5.09	1.25	41.14	41.03	12.29
				1.27	59.46	58.44	5.97
				1.29	77.01	74.40	3.62
				1.32	95.96	90.72	2.38
		1.5	7.64	1.25	41.14	41.03	27.66
				1.27	59.46	58.44	13.44
				1.29	77.01	74.40	8.15
				1.32	95.96	90.72	5.36
		2.0	10.19	1.25	41.14	41.03	49.17
				1.27	59.46	58.44	23.89
				1.29	77.01	74.40	14.49
				1.32	95.96	90.72	9.53

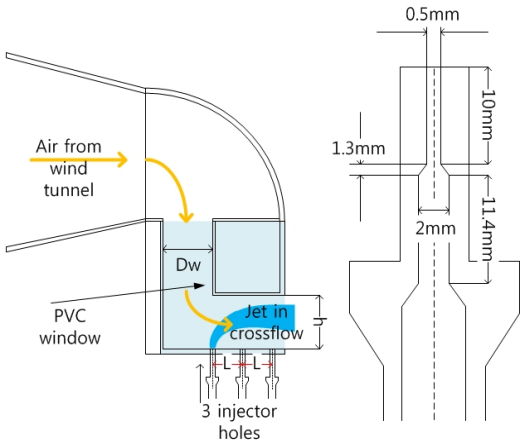


Fig. 1 Schematic of jet in crossflow experimental apparatus[6].

형성한다. 수직 유동이 지나가는 유로의 폭(Dw)은 8mm이고 수평 유동이 지나가는 유로의 높이(h)는 10 mm이다. 인젝터의 구조는 Fig. 1의 오른쪽 그림과 같으며 1/4인치 튜브에서 들어온 유동은 중심선 기준 30°로 지름 2 mm, 길이 11.4 mm인 첫 번째 관을 통과한다. 그다음 30°로 동일하게 경사진 부분을 통과하여 지름(d) 0.5 mm 길이(y) 10 mm인 관을 통해 횡단으로 분사된다. 이때 거리에 따른 인젝터의 위치를 홀 직경으로 나누고 무차원화 하여 y/d로 표현한다. 즉, y/d는 20이다. 1번 인젝터는 장치의 내

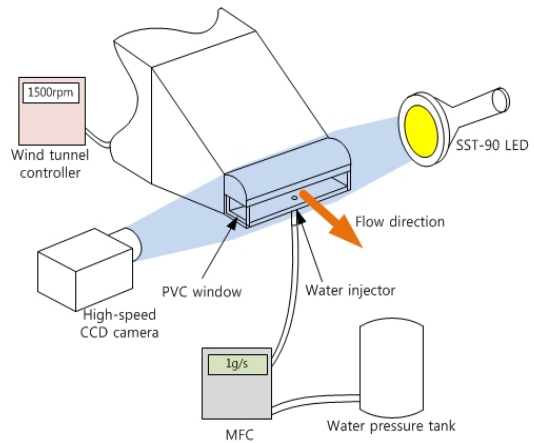


Fig. 2 Schematic of visualization method.

부 가장 왼쪽 벽으로부터 8 mm 떨어진 곳에 위치하였으며 2번, 3번 인젝터는 차례대로 L(2 mm)만큼 떨어져 위치하였다. 인젝터 사이 간격(L)을 인젝터 직경으로 나누어 차례대로 1번, 2번, 3번 인젝터의 위치를 x/d=0, x/d=4, x/d=8과 같이 표현한다.

실험 조건은 Table 1에 정리하였다. MFC (mass flow controller)를 통하여 물의 유량을 설정하고 1 g/s, 1.5 g/s, 2 g/s로 분사하여 그 경향을 보았다. 물의 공급은 물탱크에 공기를 가압하여 사용하였다. 풍동기는 컨트롤러를 통하여

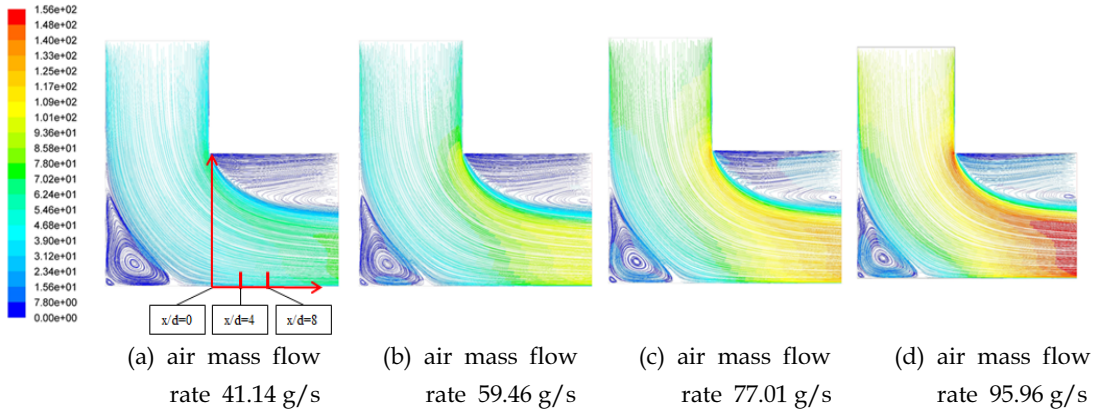


Fig. 3 Pathlines and velocity profiles in the 2D experimental apparatus.

각각 41.14 g/s, 59.46 g/s, 77.01 g/s, 95.96 g/s로 공급하였다. 이때 풍동기의 유량은 풍동기의 rpm에 따라 압력계와 유속계, 단면적이 일정한 실험튜브를 사용하여 질량유량은 밀도와 속도, 단면의 곱임을 활용하여 계산하였다. 이때 장치의 출구 높이는  $h=10$  mm, 너비는  $w=80$  mm 이므로 출구의 면적은  $800 \text{ mm}^2$ 이다. 공기유량과 면적을 이용하여 출구의 공기 속도를 계산하게 되면 41.03 m/s, 58.44 m/s, 74.4m/s, 90.72 m/s가 된다. 물의 경우 물의 분사속도는 각각의 유량에 대하여 5.09 m/s, 7.64 m/s, 10.19 m/s이다.

분무의 분석을 위해 무차원수인 운동량 플럭스 비(momentum flux ratio)를 도입하였다. 운동량 플럭스 비는 Eq. 1처럼 쓸 수 있으며 이를 사용해 두 유체의 거동을 분석하고 설명하였다.

$$J = \frac{\rho_{jet} V_{jet}^2}{\rho_{gas} V_{gas}^2} \quad (1)$$

## 2.2 이미지 가시화 및 후처리 방법

횡단 유동 조건내의 수직 분사 제트유동을 가시화를 하기 위해 Fig. 2에서 볼 수 있듯이 SST-90 LED 조명과 APX-RS 고속카메라를 이용하여 고속이미지 촬영을 하였으며 촬영속도는 10000 fps(frame per second), 노출시간은  $1/25100$  sec이고 약 2.5초 동안 25000장을 촬영하였다. 촬영된 이미지는 후처리를 통하여 밀도

구배 강도 이미지(density gradient magnitude image, DGMI)를 통해 유동을 분석하였다. 이때 밀도 구배 강도 이미지는 상용프로그램인 MATLAB을 통하여 촬영된 이미지 중 1000장을 선출한 뒤 각 픽셀의 그레이스케일(gray scale)의 구배를 평균화하여 나타낸 것이다[7,8]. 일정시간동안 분열된 액적의 거동을 한 장의 순간 이미지로는 분석이 매우 힘들기 때문에 DGMI 이미지를 통하여 분열된 액적의 거동을 파악하였다. 변화가 심한 부분은 밝게 표현이 되며 그렇지 않은 경우는 어둡게 표현이 된다.

## 2.3 수직 분사 제트 유동 가시화 실험 조건

반경 방향 유동에 대한 수직 분사 제트 분무 실험은 3개의 인젝터 홀에 대하여 Table 1에 제시된 조건과 12가지의 운동량 플럭스 비를 조건으로 총 36번 실험하였다. 각 결과에 대하여 인젝터 홀의 위치에 따라 물의 유량이 일정한 조건, 공기유량이 일정한 조건, 운동량 플럭스 비가 일정한 조건을 비교하여 유동을 분석하였다.

또한, 실험을 진행하기 이전에 장치의 유동 특성이 어떤 경향이 있는지 미리 파악하는 것은 실험 결과를 해석하는데 중요하기 때문에 상용 프로그램인 Fluent를 사용하여  $k-\epsilon$  모델을 사용하고 경계조건을 통하여 공기유동만 간단하게 300K, 대기압 조건으로 실험 장치를 2D 모델로 해석하였다.

3. 실험 결과

우선 횡단 유동에 대한 수직 분사 제트의 거동을 알아보기 위하여  $k-\epsilon$  모델을 통해 해석한 결과를 Fig. 3에 도시하였다. 장치의 출구 면적은 일정하기 때문에 공기 질량 유량이 증가할수록 출구에서의 속도는 증가하는 것을 볼 수 있다. 유동의 특성은 급격한 관에서 일어나는 것과 비슷한 경향을 보인다[9]. 반경 방향에서 유입되는 유동이 수평 방향으로 전환될 때 수평 방향 유로의 상부에 재순환 영역이 생기게 된다. 이러한 특성은 제트가 횡단 유동에 의하여 분열될 때 커다란 영향을 미치는 변수로 작용할 수 있음을 보여준다. Fig. 4와 Fig. 5는 각각 Fig. 3의 결과를 인젝터의 위치와 그 위치의 높이에 따른 x축 방향 속도와 y축 방향 속도를 각각 도시하였다. Fig. 4를 볼 때 공기 유량이 증가할수록 x축 방향의 속도가 증가하며 인젝터의 위치인  $x/d$ 가 증가할수록 속도 또한 증가하는 것을 볼

수 있다.  $x/d$ 가 증가할수록  $h$ 가 10 mm인 지점을 시작으로 속도가 0보다 작은 범위가 늘어나는 것을 관측할 수 있으며 이 영역은 재순환 영역이 관측되는 구간이다. Fig. 5의 경우 인젝터의 위치  $x/d$ 가 0일 때는 유동의 수직 방향 성분이 크므로 속도의 절대 값이 크며 마찬가지로 공기 유량이 증가할수록 속도가 증가한다.  $x/d$ 가 증가할수록 수직 성분의 운동량은 감소하므로 y축 방향의 속도는 0에 수렴하며 Fig. 4와 같

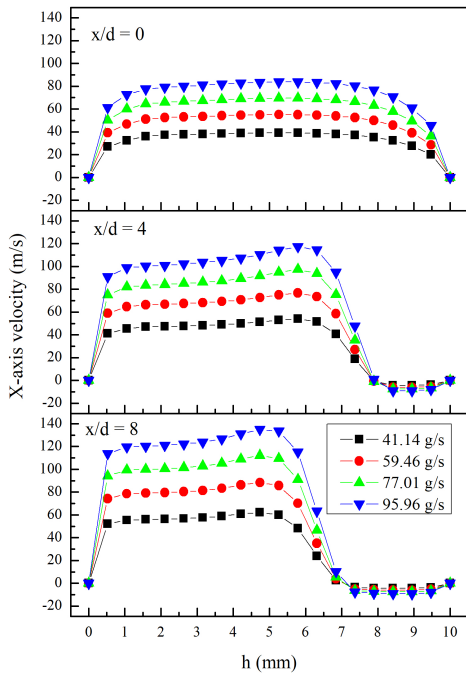


Fig. 4 X-axis velocity by height of horizontal flow channel.

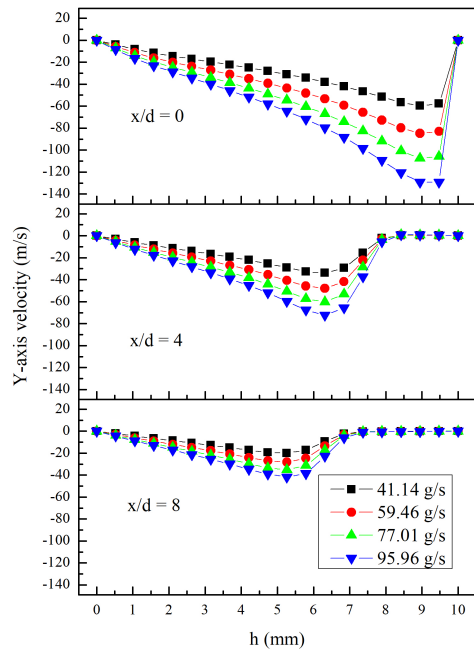


Fig. 5 Y-axis velocity by height of horizontal flow channel.

Table 2. Jet break-up position.

case	break-up position(mm)	
Fig. 6	(a)	3.67
	(b)	2.79
	(c)	1.37
Fig. 7	(a)	2.87
	(b)	3.13
	(c)	4.29
	(d)	2.24
	(e)	1.91
	(f)	1

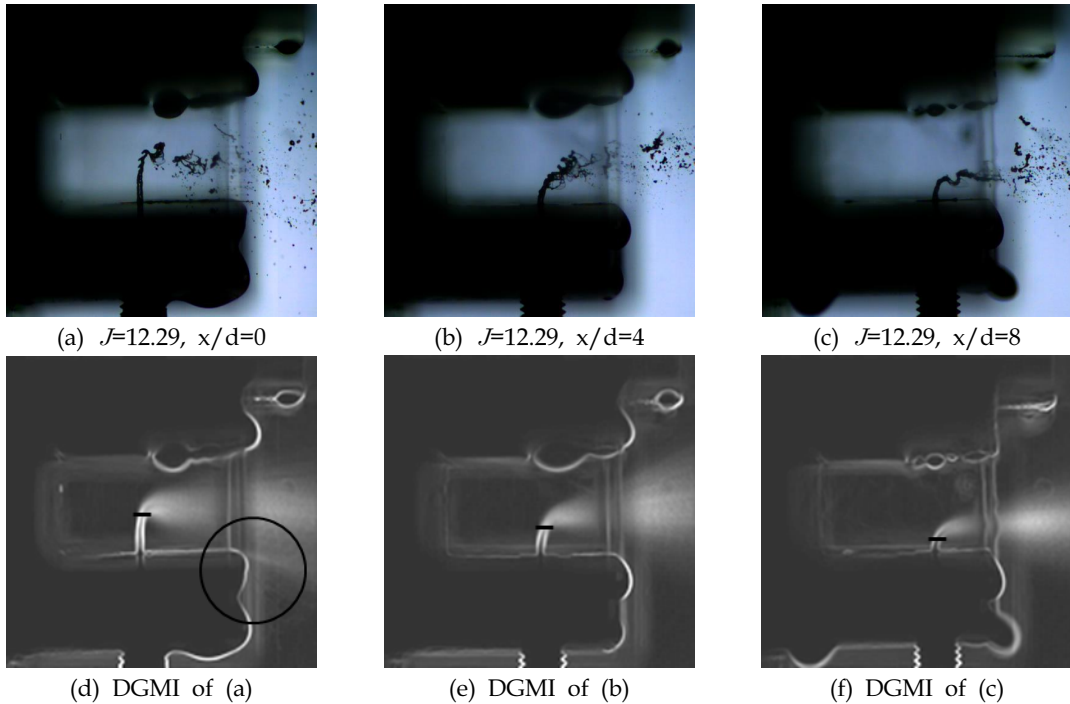


Fig. 6 Shadowgraph image and DGMI of jet in cross-flow while changing the injection hole position with a fixed momentum flux ratio.

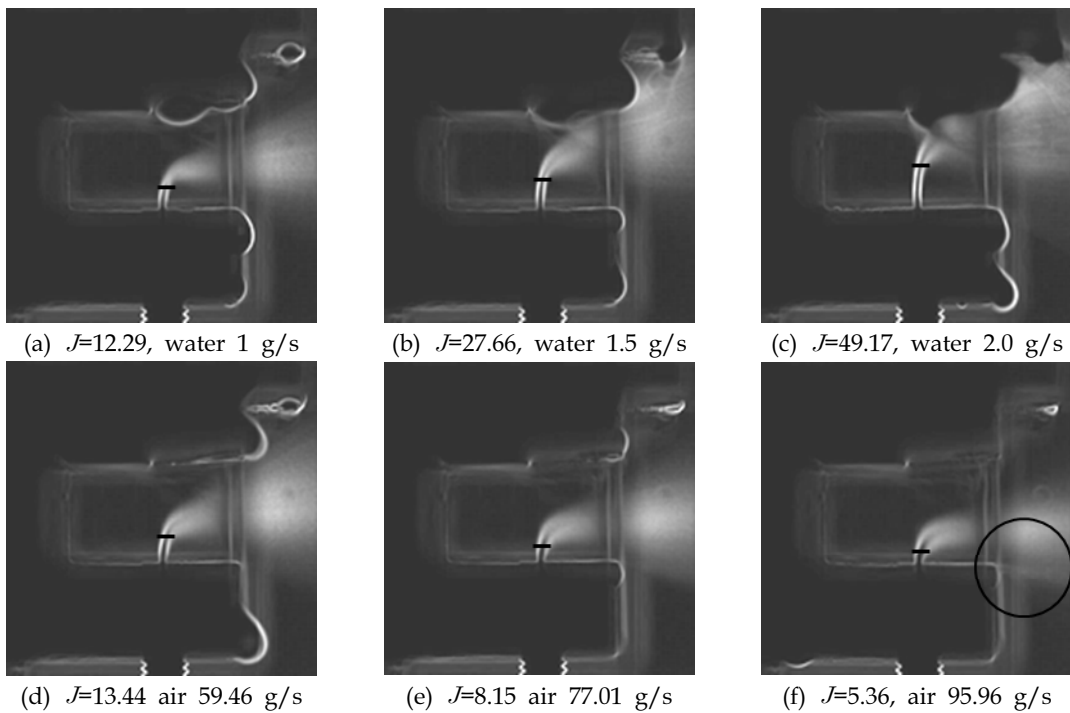
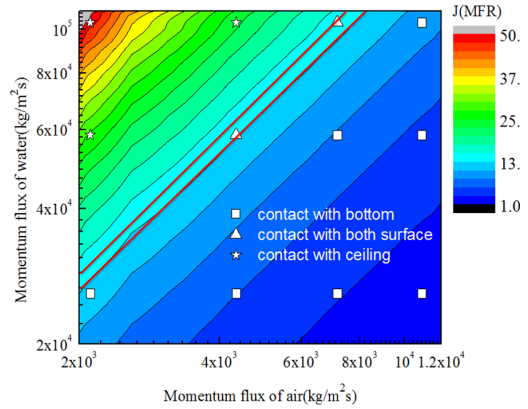


Fig. 7 DGMI of jet in cross-flow while changing the momentum flux ratio and water mass flow rate and air mass flow rates.

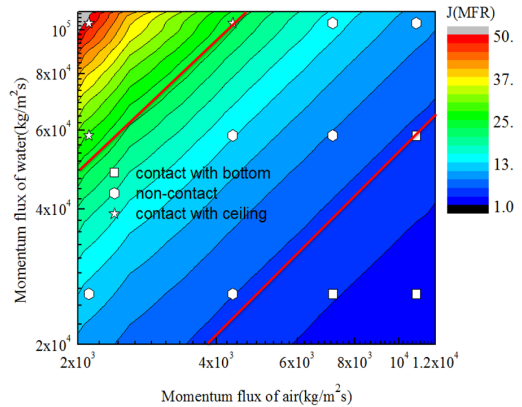
이  $h$ 가 10 mm인 지점을 시작으로 속도 성분이 0인 영역이  $x/d$ 가 증가할수록 넓어지는 것을 볼 수가 있다.

인젝터의 위치가  $x/d=0$ 일 때를 기준으로  $x/d$ 를 서서히 증가시켜 가며 운동량 플럭스 비가 12.29일 때 촬영한 순간 이미지와 밀도구배강도 이미지, 제트의 분열 위치를 Fig. 6에 나타내었다. 또한 유로의 높이( $h$ )가 10 mm인 것을 기준으로 제트의 분열 위치를 측정하여 Table 2에 도시하였다[10]. 분열 위치는 픽셀 분석을 통하여 제트의 액주가 최초로 분열되는 위치를 붉은 점선으로 표시하였다. 인젝터의 위치가  $x/d=0$ 를 기준으로  $x/d$ 가 점점 증가하면서 유동 내부로 분사되는 제트의 분열 길이가 점점 짧아지는 것을 관찰할 수 있다. 유동의 방향이 수직에서 수평으로 변하면서 유동이 유로의 위쪽보다는 아래쪽으로 몰리는 현상이 원인임을 확인할 수가 있다. Fig. 6에서 (a)의 밀도 구배 강도 이미지인 (d)를 살펴보면 위치가  $x/d=0$ 인 인젝터에서 형성된 액적은 유로의 바닥과 충돌하여 2차적인 분열을 형성하는 것을 관측할 수 있다. Fig. 6의 (e)의 경우,  $x/d=4$  위치에서는 유로의 바닥과 천장 사이에 적당한 각도를 이루며 분열이 되어 바닥과 천장, 양쪽에 분열된 액적이 닿지 않는 것을 확인할 수 있다. Fig. 6의 (f)인  $x/d=8$ 의 경우, 제트의 분열 위치가 낮음에도 불구하고 분열된 액적들이 바닥에 닿지 않음을 볼 수 있다.

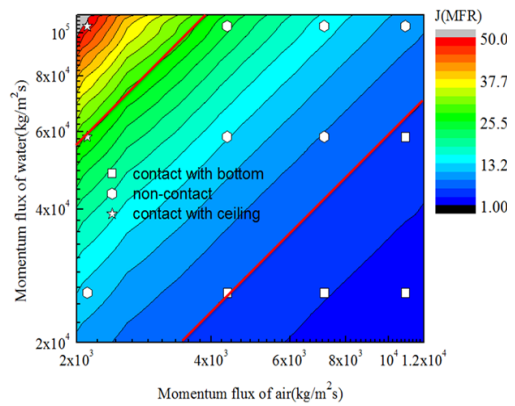
동일한 인젝터 홀의 위치에 따라 운동량 플럭스 비를 변화시켜가며 비교한 밀도구배강도 이미지의 일부와 제트의 분열 위치를 Fig. 7에 도시하였다. 또한 Fig. 6과 마찬가지로 Table 2에 제트의 분열 위치를 정리하였다. 모든 밀도구배강도 이미지의 인젝터 홀의 위치는  $x/d=4$ 로 고정하였으며 Fig. 7의 (a), (b), (c)는 공기유량을 41.14 g/s로 일정하게 한 뒤 물의 유량을 1 g/s, 1.5 g/s, 2 g/s 까지 순서대로 증가시켰고 Fig. 5의 (d), (e), (f)는 물의 유량을 1.5 g/s로 고정하고 공기유량을 59.46 g/s, 77.01 g/s, 95.96 g/s로 증가시켰다. 공기유량이 일정할 때 물의 유량에 따라 운동량 플럭스 비가 증가하면서 제트의



(a)  $x/d = 0$



(b)  $x/d = 4$



(c)  $x/d = 8$

Fig. 8 Contact range according to momentum flux ratio.

분열 위치가 점점 높아지는 것을 관측할 수 있다. 또한 제트의 분열 위치가 증가하면서 분열된 액적이 천장과 충돌하여 다시 2차적인 분열을 야기하며 다시 분열된 액적은 수평 방향 유동을 따라 장치 밖으로 빠져나가게 된다. 운동량 플럭스 비가 49.17일 때, 분열 액적의 이루는 밀도 구배의 경계가 전산유체를 통해 해석한 재순환 영역과 수평 방향 유동의 경계와 비슷한 형태를 띠게 된다. 액체의 질량 유량이 일정하고 공기질량 유량이 증가하는 조건에서는 운동량 플럭스 비가 감소하면서 제트의 분열 높이가 감소하나 그 폭이 크지 않다. 공기 유량이 증가함에 따라 유동의 속도가 증가하여 분열된 액적이 이루는 영역의 윗면의 높이가 점점 낮아진다. 하지만 Fig. 7의 (f)를 보면 액적 분열 위치가 너무 낮아지게 되어 분열 액적이 유로의 바닥에 닿아 액막을 형성하고 2차적인 분열이 일어나게 된다. 이런 모든 경우를 분석하여 인젝터 홀의 위치,  $x/d$ 에 따라 분열된 액적이 바닥과 천장에 닿는 운동량 플럭스 비를 3개의 등치선(contour)곡선을 통해 Fig. 8에 도시하였다.

Fig. 8의 (a)를 보면 인젝터가  $x/d=0$ 에 위치해 있을 때 운동량 플럭스 비가 13.44보다 낮은 경우 바닥과 액적이 접촉하고 14.49보다 높은 경우 천장과 접촉한다. 그 사이 범위는 바닥과 천장 양쪽 모두 동시에 접촉되는 경우이다. Fig. 8의 (b)는  $x/d=4$  위치에 있을 때를 도시하였다. 운동량 플럭스 비가 5.36보다 낮을 경우 바닥에 접촉하며 23.89 보다 높을 경우 천장과 접촉한다. 이때 운동량 플럭스 비가 빨강선 내의 범위인 9.53과 23.89사이의 값을 가지게 될 때는 액적이 바닥과 천장에 닿지 않는 경우이다. Fig. 8의 (c)인  $x/d=8$ 도 (b)와 동일한 경우이지만 바닥과 접촉하게 되는 운동량 플럭스 비의 범위가 5.97로 증가하고 천장과 접촉하게 되는 플럭스 비의 영역은 27.66부터 시작된다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 수직 방향 유동 조건에 대한

수직 분사 제트 유동 실험 장치와 고속카메라를 이용하여 가시화하고 분석하였다.

운동량 플럭스 비가 일정할 때 인젝터 홀의 위치가 수직방향 유동에서 멀어질수록 제트의 분열 위치는 점점 낮아지는 결과를 보였다. 이는 수직 방향의 유동이 수평 방향으로 꺾이면서 나타나는 유동의 영향이다. 이때 생성되는 재순환 영역에 제트가 유입되면 제트는 재순환 영역과 수평 유동사이의 경계를 따라 막을 형성한다. 인젝터 홀의 위치인  $x/d$ 가 고정될 때는 운동량 플럭스 비가 증가하고 감소함에 따라 제트의 분열 높이가 증가하고 감소하였다.  $x/d$ 가 0일 때는 어떤 경우에도 분무가 바닥과 천장에 닿게 되며 횡단 유동장에 의하여 수직 제트가 분열되는 것 이외에도 분열된 액적들이 천장과 바닥에 닿아 추가적인 분열이 일어나며  $x/d=4, 8$ 일 때, 운동량 플럭스 비에 따라 바닥과 천장에 닿지 않는 경우를 관측할 수 있었다.

#### 후 기

본 연구는 산업통상자원부(MOTIE)의 지원을 받아 수행한 항공우주부품기술개발사업(No. 10067074)의 연구 결과입니다.

#### References

1. Lefebvre, A.H., *Gas Turbine Combustion*, 3rd ed., CRC Press, Boca Raton, FL, 2010.
2. Lefebvre, A.H., "Lean Premixed/Prevaporized Combustion," NASA CP-2016, 1977.
3. Stenzler, J.N., Lee, J.G., Santavicca, D.A. and Lee, W., "Penetration of Liquid Jets in a Cross-flow," *Atomization and Sprays*, Vol. 16, No. 8, pp. 887-906, 2006.
4. Wangner, J.A. and Renfro, M.W., "Premixed Jet Flame Behavior in a Hot Vitiated Crossflow of Lean Combustion



- products," *Combustion and Flame*, Vol. 176, pp. 521-533, 2017.
5. Eldrainy, Y.A., Bin Ahmad Ibrahim, M.F. and Jaafar, M.N.M., "Investigation of Radial Swirler Effect on Flow Pattern inside a Gas Turbine Combustor," *Modern Applied Science*, Vol. 3, No. 5, pp. 21-30, 2009.
  6. Liscinsky, D., True, B. and Holdeman, J., "Experimental Investigation of Crossflow Jet Mixing in a Rectangular Duct," *29th Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Monterey, California, U.S.A., AIAA 1993-2037, June 1993.
  7. Kim, D.H., Lee, K.W., Son, M and Koo, J.Y., "Visualization of Gas-centered Swirl Sprays in Sub to Super Critical Conditions," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 18, No. 3, pp. 26-33, 2014.
  8. Lee, K.W., Kim, D.H., Son, M., Han, J.Y. and Koo, J.Y., "Analysis of Supercritical Shear Coaxial Jet Using Density Gradient Magnitude," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 17, No. 6, pp. 59-66, 2013.
  9. Homicz, G.F., "Computational Fluid Dynamic Simulations of Pipe Elbow Flow," SAND 2004-3467, 2004.
  10. Richards, W.S. and Steinberg, A.M., "Trajectory and Breakup of Cryogenic Jets in Crossflow," *52nd AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, Toronto, Ontario, Canada, AIAA 2016-4788, July 2016.