



예비설계 단계 우주발사체의 공급/추진계 모델을 이용한 포고 불안정성 예측

이상구^a · 심지수^a · 신상준^{a,*} · 서용준^a · 안성준^a · 송희성^a · 김유단^a

Prediction of Preliminary Pogo Instability on a Space Launch Vehicle

SangGu Lee^a · JiSoo Sim^a · SangJoon Shin^{a,*} · Yongjun Seo^a ·
Sungjun Ann^a · Huiseong Song^a · Youdan Kim^a

^aDepartment of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National University, Korea

*Corresponding author. E-mail: ssjoon@snu.ac.kr

ABSTRACT

The longitudinal dynamic instability which can occur in the fueling process of a space launch vehicle is called pogo. It is caused by coupling between the fuselage and propulsion system and they would be formed as a closed-loop system. so that the amplitude of the response may increase or decrease. In this paper, a mathematical model which is applicable to the systematic pogo analysis of a general launch vehicle is developed for an example of space shuttle. The formulations are composed of the linearized second-order differential equation for the propulsion system, and of the pressure, weight displacement, and generalized displacement. Those are important parameters for pogo analysis, are derived through eigenvalue analysis. By the formulation suggested in this paper, it is expected that mathematical modeling method of the pogo system can be obtained and systematic pogo stability analysis for any launch vehicle will be enabled.

초 록

액체추진제를 사용하는 우주 발사체의 추진계 공급 과정에서 발생할 수 있는 축방향 동적 불안정성 현상을 포고라 한다. 일반적으로 포고는 발사체의 동체와 공급/추진계의 공진에 의하여 발생하고, 동체 구조 및 추진 시스템이 단한계를 이루게 되어 응답의 진폭이 증가하였다가 감소하는 현상을 보인다. 본 논문에서는 우주왕복선을 예시로 일반적인 발사체의 체계적인 포고 해석이 가능한 수학적 모델을 개발하였다. 정식화된 수식은 발사체 공급/추진계를 2차 선형 미분 방정식 형태로 구성하고, 포고해석에 중요한 세 변수인 압력, 중량변위, 일반화된 변위를 고유치해석을 통해 도출한다. 본 논문의 정식화를 통해 발사체 포고 시스템의 수학적 모델링 기법을 획득할 수 있고, 임의의 발사체에 대하여 체계적인 포고 안정성 해석이 가능할 것으로 예측된다.

Key Words: Pogo Phenomenon(포고현상), Pogo System Formulation(포고시스템 정식화), Space Shuttle(우주왕복선)

Received 17 January 2017 / Revised 28 July 2017 / Accepted 2 August 2017

Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers

pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548

Nomenclature

- P : static pressure perturbation
 w : weight displacement perturbation
 I : the inertance of the fluid
 R : the linearized resistance for flow perturbation
 C : compliance
 K : fluid stiffness given by $1/C$
 \ddot{r} : structural acceleration vector
 ρ : fluid mass density
 ρ_w : fluid weight density given by ρg
 \vec{H} : head vector from inlet to outlet node of element
 L : length along a duct
 L_{tw} : Half the height length of LPOP pump
 L_{tz} : Half the width length of LPOP pump
 L_h : Half the width length of HPOP pump
 \vec{N}_i : unit vector in flow direction at node i
 β_{ni} : modal pressure at a tank outlet in the n th structural mode
 $m+1$: pump gain
 α : mass flow gain factor for a pump
 C_b : cavitation compliance
 K_b : cavitation stiffness given by $1/C_b$
 τ_c : thrust chamber residence time
 $\vec{\phi}_{ni}$: the vector modal deflection at node i
 q_n : modal displacement of n th structural mode

1. 서 론

우주 발사체에서 발생하는 여러 불안정 현상 중 구조와 공급/추진계간의 공진이 원인으로 작용하는 경우가 있다. 액체 추진계를 사용하는 발사체의 축방향 동적 불안정 현상인 포고현상이 대표적이다. 이 현상은 축방향으로 길고 질량비가 작은 발사체의 구조 특성에 의한 것으로, 발사체 내의 산화제와 연료가 차지하는 부피가 크기 때문에 유탄성 효과의 영향을 많이 받는다.

따라서 발사체가 연료를 소비할 때 전기체 고유진동수가 증가하면서 공급/추진계와 고유진동수가 일치할 경우 공진이 발생하게 된다. 이러한 현상은 모든 발사체에서 발생 유무를 필수적으로 검증해야하는 사항이다. 미국에서는 과거 60, 70년대부터 포고현상 예측에 대한 많은 연구를 수행하였다. NASA에서 우주왕복선의 포고 해석을 수행하였고[1-4], 90년대에 이르러서는 Oppenheim이 포고 시스템의 정식화를 수행하였다[5]. 포고현상을 해석하기 위해서 발사체의 구조적 동특성과 공급/추진계의 압력 및 유량 변화를 Fig. 1과 같은 시스템으로 구성한다[6].

Fig. 1에 의하면, 발사체의 축방향 고유진동수가 공급/추진계의 고유진동수와 일치하여 공진을 유발하고, 이는 터보펌프나 엔진 연소실에 산화제와 연료를 불안정하게 공급함으로써 추력진동을 유발한다. 따라서 이러한 추력진동이 다시 구조에 가진력을 전달함으로써 포고 발생의 닫힌계가 형성된다.

본 논문에서는 발사체의 축방향 동특성에 의해 공급/추진계의 압력 및 유량이 변화하는 현상 해석에 초점을 두었다. 과거 Oppenheim 논문[5]을 살펴보면 특정 비행시간에서 덕트, 펌프, 벨로우즈, 포고 억제기(accumulator), 연소기 등과 같은 공급/추진계 내의 압력과 유량을 선형 시불변의 수학적 모델로 정식화하였다. 공급/추진계 각각의 요소들은 발사체의 구조계 변수인 일반화된(모달) 변위 q 와 추진계의 변수인 압력 p , 그리고 중량변위 w 를 포함한 식으로 정식화되어 있다.

따라서 이 논문에서 채택한 예제인 우주왕복선의 공급/추진계에 정식화된 식을 적용함으로써 전체 포고해석 시스템을 2차 미분방정식 형태로 행렬화하여 안정성 해석을 할 수 있는 기반을 마련하고자 한다.



Fig. 1 Closed-loop system of the pogo phenomenon.

2. Oppenheim[5]의 구조 및 공급/추진계
선형 지배 방정식

2.1 덕트 요소

덕트 내부 유체의 이너턴스(inertia)인 I 와 레지스턴스(resistance) R 를 고려하고 유체를 압축성으로 가정하였을 때 컴플라이언스(compliance)인 C 의 역수를 의미하는 강성(stiffness) K 를 포함하는 식은 Eq. 1, 2와 같다.

$$P_i - \left(\frac{I}{2} \ddot{w}_i + \frac{R}{2} \dot{w}_i + K w_i \right) + K w_j - \rho \bar{H}_i \cdot \ddot{r} = 0 \quad (1)$$

$$P_j - \left(\frac{I}{2} \ddot{w}_j + \frac{R}{2} \dot{w}_j + K w_j \right) + K w_i - \rho \bar{H}_j \cdot \ddot{r} = 0 \quad (2)$$

유체를 비압축성으로 가정할 경우, 덕트의 모델을 Fig. 2와 같이 나타내었다. 덕트의 형상이 곡선이고 균일하지 않으며, 강체이고 움직이는 모델일 때 덕트 내 유체가 비압축성으로 1차원적인 흐름을 가지는 것을 표현하였다.

Fig. 2를 바탕으로 피드라인 내의 유체가 비압축성일 때 정식화된 식을 구하기 위해 Eq. 1에서 Eq. 2를 삭감하였다. 이 때 강성 K 의 항이 제거되고, 덕트의 입구와 출구에서의 중량변위 w 가 같다고 가정하면 Eq. 3과 같이 구해진다. Eq. 3에서 우변의 첫 번째 항과 두 번째 항은 덕트가 움직이지 않을 때 덕트 내 유량의 섭동

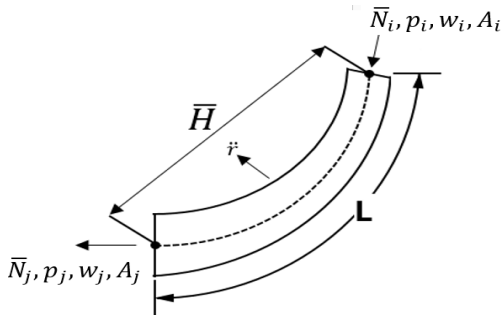


Fig. 2 Scheme of the formulated incompressible duct element.

에 의한 압력의 차이를 의미하고 우변의 세 번째 항은 덕트 내부의 유체가 얼어붙어 (frozen-in-place) 덕트의 구조물과 함께 움직임을 가정할 때 덕트 가속도에 의해 발생하는 압력 차이를 의미한다.

$$P_i - P_j = R \dot{w} + I \ddot{w} + \rho \bar{H} \ddot{r} \quad (3)$$

유체가 비압축성일 때 압력과 중량변위의 섭동에 의해 덕트에 외력이 가해진다.

$$\bar{F}_i = P_i A_i \bar{N}_i - P_j A_j \bar{N}_j - \frac{\ddot{w}}{g} \bar{H} \quad (4)$$

$$\bar{F}_i = \left[(P_i - P_j) A - \ddot{w} \frac{L}{g} \right] \bar{N} \quad (5)$$

균일하고 직선 형상의 덕트의 경우 $A_i = A_j = A$, $\bar{N}_i = \bar{N}_j = \bar{N}$, $\bar{H} = L \bar{N}$ 이므로 Eq. 4에 대입하면 Eq. 5와 같이 얻을 수 있다. 덕트의 외력은 마찰력에 의한 힘과 덕트 내의 얼어붙은 것으로 가정한 유체의 관성력에 의한 힘으로 이루어진다.

2.2 탱크 출구

탱크 출구 요소에서 Fig. 3에서의 i 지점과 같이 탱크와 공급계가 접하는 부분에서는 유량의 섭동에 따른 압력변화 뿐만 아니라 섭동압력과 구조모드의 가속도 관계를 파악하는데 중요하다.

$$P_i = \sum_n \beta_n \ddot{q}_n - R \dot{w}_i - I \ddot{w}_i \quad (6)$$

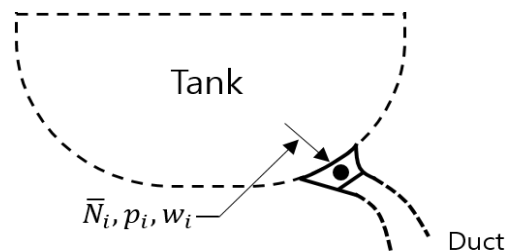


Fig. 3 Scheme of the formulated tank outlet.

Eq. 6은 탱크 출구의 압력에 대한 식을 나타낸 것이다. 우변의 첫 번째 항은 유량을 무시한 구조모드만의 압력변화를 의미하고, 두 번째 항은 탱크 내에서 i 지점까지 정상유동일 때 유체의 마찰효과를 선형화한 것이다. 그리고 세 번째 항은 정상유동이 아닐 때를 고려하여 추가되었다.

$$Q_{ni} = \ddot{w} \frac{\beta_{ni}}{\rho_w} - P_i A_i \bar{N}_i \bar{\phi}_{ni} \quad (7)$$

n 차 구조모드에서 탱크 출구에 발생하는 모달 하중은 Eq. 7과 같다. 첫 번째 항은 탱크로부터의 유량 섭동 효과를 나타낸 것이고, 두 번째 항은 탱크 출구가 닫혀있는 것으로 가정하였을 때 결정되는 구조모드를 이용하여 구한 탱크 출구의 압력 하중을 의미한다.

23 펌프 요소

펌프의 모델링은 크게 두 가지 부분으로 이루어진다. 첫 째로 펌프 블레이드 앞전에 생기는 공동(cavitation) 효과이고, 두 번째로 펌프 출구의 유체가 비압축성이며 여러 성능계수들이 선형범위 이내에 있다는 것이다.

Eq. 8에서 K_b 는 공동 컴플라이언스(cavitation compliance) C_b 의 역수를 의미하고, α 는 질량흐름이득계수(mass flow gain factor)라 하여 인듀서(inducer) 입구에서의 받음각 섭동과 버블(bubble) 생산량의 비율에 따른 섭동사이의 비례로 가정한다. 또한 Eq. 9에서 $m+1$ 은 펌프이득(pump gain)을 의미하며 섭동진동실험을 수행하여 구하는 것이 가장 이상적인 값이다.

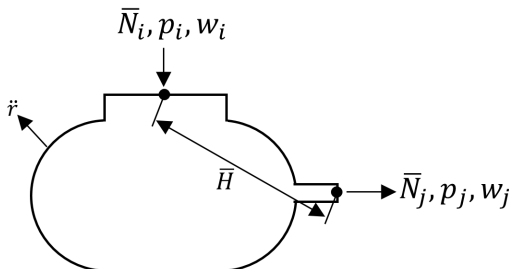


Fig. 4 Scheme of the formulated pump.

$$P_i = K_b(w_i - w_j) - \alpha K_b \dot{w}_i \quad (8)$$

$$P_j = (m+1)P_i - R_p \dot{w}_j - I \ddot{w}_j - \rho \bar{H} \cdot \ddot{r} \quad (9)$$

$$\bar{F}_i = P_i A_i \bar{N}_i - P_j A_j \bar{N}_j - \frac{\dot{w}_j}{g} \bar{H} \quad (10)$$

펌프에 의해 발생하는 구조적인 힘은 오직 펌프 입구에서 공동(cavitation) 영역의 하류에 존재하는 비압축성 유동에 의해 발생한다. 그 때 발생하는 힘은 Eq. 10과 같다.

24 연소기 요소

산화제와 연료가 인젝터(injector)의 오리피스(orifice)로부터 연소기로 분사된다. 이 때 Eq. 11을 보면 인젝터에서의 산화제, 연료 각각의 압력과 연소기 내의 압력 차이는 인젝터내 산화제, 연료 각각의 레지스턴스 R과 이너턴스 I로 표현된다.

$$-I_i \ddot{w}_i - R_i \dot{w}_i + P_i - P_k = 0 \quad (11)$$

산화제와 연료가 연소기 안으로 유입되었을 때 각각의 추진제가 연소실(chamber) 안에 머무르는 시간을 τ_d 라 하고, 두 추진제가 섞이고 반응하여 연소되기 전까지의 시간을 τ_r 라 할 때 연소시간 지연 τ_c 는 τ_d 와 τ_r 의 합을 의미한다. 또한 R_c 는 선형화된 연소 레지스턴스(combustion resistance)를 의미한다.

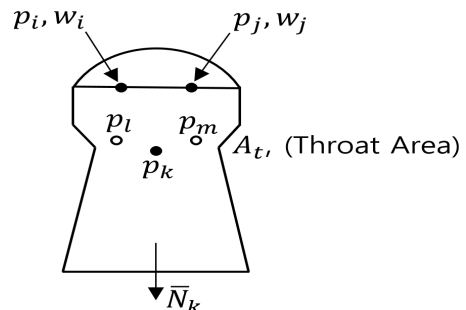


Fig. 5 Scheme of the formulated thrust chamber.

따라서 τ_c 와 R_{α} 항을 고려한 연소기의 압력식은 Eq. 12와 같다.

$$\tau_c \dot{P}_k - R_{\alpha} \dot{w}_i + P_k = 0 \quad (12)$$

포고가 아닌 다른 현상에 의한 외력을 배제할 때[7] 연소기와 노즐에 의해 발생하는 추력은 Eq. 13과 같이 노즐 목의 넓이 A_i 와 추력계수 C_{F_i} 그리고 챔버의 압력 P_{tc} 의 곱으로 이루어진다. 또한 우변의 '-'부호는 추력의 방향이 유동의 흐름과 반대이므로 정의된다. \bar{N}_k 은 유동흐름방향을 의미한다.

$$\bar{F}_i = -A_i C_{F_i} P_{tc} \bar{N}_k \quad (13)$$

2.5 포고 억제기(accumulator) 요소

포고 불안정성을 억제하기 위해 포고 억제기를 사용한다. Fig. 6은 기체 방식의 억제기로, 장치 내의 가스가 유연한 체적방식의 스프링(soft volumetric spring)역할을 하여 유압 진동수를 변화시킴으로써 구조의 진동모드와 추진/공급계의 동적 연성을 감소시키는 역할을 한다.

$$P_i - (I\ddot{w}_i + R\dot{w}_i + Kw_i) - \rho\bar{H} \cdot \ddot{r} = 0 \quad (14)$$

포고 억제기를 비압축성 덩트로 가정하였을 때, 포고 억제기 출구압력인 P_j 가 가스의 체적변화와 관련이 있기 때문에 $P_j = Kw_i$ 로 쓸 수 있

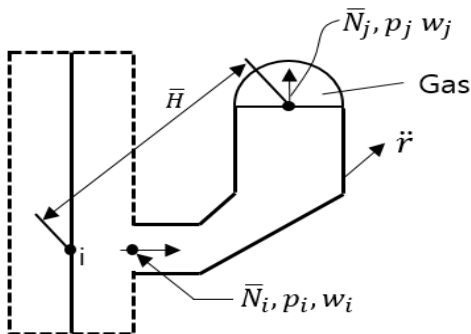


Fig. 6 Scheme of the formulated accumulator.

다. 이 때 K 는 가스의 강성을 의미한다. 따라서 Eq. 3의 출구압력 P_j 를 Kw_i 로 대체하면 Eq. 14와 같다.

2.6 전기체 선형 지배 방정식

Eq. 15를 살펴보면 구조상에서 특정 i 지점의 물리적인 변위 벡터를 나타내는 $\bar{r}_i(t)$ 는 n 번째 모드의 변위 벡터를 의미하는 $\bar{r}_{ni}(t)$ 의 모든 모드에서의 합이다. 이 때, $\bar{r}_{ni}(t)$ 은 Eq. 15와 같이 각 모드에서의 모드 형상 벡터인 $\bar{\phi}_{ni}$ 와 모달 변위인 $q_n(t)$ 의 곱으로 표현할 수 있다.

$$\bar{r}_i(t) = \sum_{n=1}^{N_M} \bar{r}_{ni}(t) = \sum_{n=1}^{N_M} \bar{\phi}_{ni} q_n(t) \quad (15)$$

n 차 모드에서의 운동방정식을 세우면 Eq. 16과 같다. 이 때 ω_n, ζ_n, M_n 는 각각 모달 고유진동수, 임계 감쇠, 그리고 질량을 의미한다.

$$M_n [\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t)] = Q_n(t) \quad (16)$$

일반화된 가진력 $Q_n(t)$ 는 Eq. 17과 같이 n 번째 모드의 i 번째 요소에서 발생하는 벡터 힘 $\bar{F}_i(t)$ 와 벡터 모달 변위인 $\bar{\phi}_{ni}$ 의 내적값을 모든 요소에 대해 더한 값이다. 이 때 $\bar{F}_i(t)$ 는 유체흐름, 연소 등에 의해 발생된다.

$$Q_n(t) = \sum_i Q_{ni}(t) = \sum_i \bar{F}_i(t) \cdot \bar{\phi}_{ni} \quad (17)$$

3. 우주왕복선 공급/추진계의 정식화

3.1 우주왕복선 공급/추진계의 단순화된 형상

Oppenheim[5]은 정식화한 공급/추진계 요소의 방정식을 사용하여 우주왕복선의 공급/추진계 모델에 적용하였다. Fig. 7은 포고 억제기가 없는 단순화된 형상을 나타낸 것으로, 탱크 출

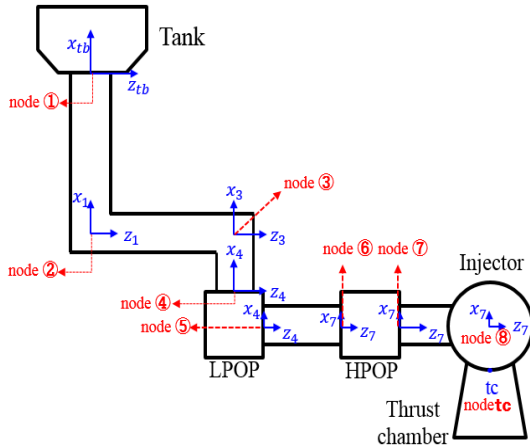


Fig. 7 Nodes and elements of simplified space shuttle propulsion system.

구, 3개의 피드라인, 저압액화산소펌프(LPOP), 인터펌프 라인(interpump line), 고압액화산소펌프(HPOP), 디스차징 라인(discharging line), 인젝터 및 연소기 등 총 10개의 요소로 구성되어 있다[1]. 그리고 각 요소의 입구와 출구에 해당되는 위치에 총 9개의 노드를 설치하였다. 좌표계의 경우 tb, 1, 3, 4, 7번 좌표계를 사용하였다. Lehtinen[1]에서는 저압액화산소펌프의 입구와 출구가 4번 좌표계로 함께 표현되고, 인터펌프 라인부터 연소기까지 7번 좌표계로 표현된다.

따라서 노드 4, 5의 경우에는 4번 좌표계, 노드 6, 7, 8의 경우에는 7번 좌표계를 공통적으로 사용하였다.

Fig. 7의 형상에서 피드라인을 흐르는 유체가 비압축성임을 가정할 때 Oppenheim[5]이 제시한 비압축성 덕트 요소로 피드라인을 해석하였고, Lock[2]에 따르면 인터펌프 라인과 디스차징 라인의 경우 파동의 전달 시간이 구조반응시간보다 상대적으로 짧기 때문에 라인 내부의 유체를 비압축성으로 가정한다. 따라서 두 라인 또한 비압축성 덕트로 구성하였다. 저압액화산소펌프와 고압액화산소펌프의 경우 펌프요소로 고려하고 나머지 탱크 출구와 인젝터 및 연소기는 Oppenheim[5]과 동일하게 적용하였다. 또한 Table 1에서 파라미터의 오른쪽 하첨자는 추진계 구성요소를 의미한다.

Table 1. Components and parameters applied to the propulsion system analysis.

Section	Propulsion system	Parameter
Node 1	Tank outlet	$\beta_{ntb}, R_{id1}, I_{id1}$
Node 1~2	Incompressible duct (Feedline)	$R_{id1}, I_{id1}, L_{id1}, A_1$
Node 2~3	Incompressible duct (Feedline)	$R_{id2}, I_{id2}, L_{id2}, A_2$
Node 3~4	Incompressible duct (Feedline)	$R_{id3}, I_{id3}, L_{id3}, A_2$
Node 4~5	Pump (Low-pressure oxidizer pump)	$R_{pl}, I_{pl}, K_{pl}, L_{lx}$ $L_{lz}, m_{pl} + 1, \alpha_{pl}$
Node 5~6	Incompressible duct (Interpump line)	R_f, I_f, L_f, A_3
Node 6~7	Pump (High-pressure oxidizer pump)	$R_{ph}, I_{ph}, K_{ph}, L_h$
Node 7~8	Incompressible duct (Discharging line)	R_d, I_d, L_d, A_4
Node 8~tc	Injector ~Thrust chamber	Injector : R_j, I_j Thrust chamber : $R_c, \tau_c, A_{tc} C_f$

3.2 재구성된 공급/추진계의 선형 지배 방정식

노드마다 지정된 추진계 구성요소에 대한 지배 방정식을 세우면 Table 2와 같다. 이 때 추진 시스템 x_p 는 Eq. 18과 같이 총 17개의 변수를 갖는다.

$$x_p = [w_{tb} \ p_{tb} \ w_2 \ p_2 \ w_3 \ p_3 \ w_4 \ p_4 \ w_5 \ p_5 \ w_6 \ p_6 \ w_7 \ p_7 \ w_8 \ p_8 \ p_{tc}]^T \quad (18)$$

구조계 시스템 x_s 은 6개의 모드를 고려할 때 모달 변위 q 의 개수 또한 6개이므로 시스템 변수는 Eq. 19와 같다.

$$x_s = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]^T \quad (19)$$

Table 2. Linear governing equations of propulsion system according to components.

Section	Propulsion System Linear Governing Equation
Node 1	$P_{tb} = \sum_n \beta_{ntb} \ddot{q}_n - R_{id1} \dot{w}_{tb} - I_{id1} \ddot{w}_{tb}$
Node 1~2	$P_2 = P_{tb} - R_{id1} \dot{w}_{tb} - I_{id1} \ddot{w}_{tb} + \rho L_{id1} \ddot{x}_1$
Node 2~3	$P_3 = P_2 - R_{id2} \dot{w}_2 - I_{id2} \ddot{w}_2 - \rho L_{id2} \ddot{z}_3$
Node 3~4	$P_4 = P_3 - R_{id3} \dot{w}_3 - I_{id3} \ddot{w}_3 + \rho L_{id3} \ddot{x}_4$
Node 4~5	$P_4 = K_{pl}(w_4 - w_5) - \alpha_{pl} K_{pl} \dot{w}_4$ $P_5 = (m_{pl} + 1)P_4 - R_{pl} \dot{w}_5 - I_{pl} \ddot{w}_5 - \rho(-L_{lx}(\ddot{x}_4) + L_{lz}(\ddot{z}_4))$
Node 5~6	$P_6 = P_5 - R_f \dot{w}_5 - I_f \ddot{w}_5 - \rho L_f \ddot{z}_7$
Node 6~7	$P_6 = K_{ph}(w_6 - w_7) - \alpha_{ph} K_{ph} \dot{w}_6$ $P_7 = (m_{ph} + 1)P_6 - R_{ph} \dot{w}_7 - I_{ph} \ddot{w}_7 - \rho L_h(\ddot{z}_7)$
Node 7~8	$P_8 = P_7 - R_d \dot{w}_7 - I_d \ddot{w}_7 - \rho L_d \ddot{z}_7$
Node 8~tc	$P_8 - P_{tc} = I_j \ddot{w}_8 + R_j \dot{w}_8$ $P_{tc} = -\tau_c \dot{P}_{tc} + R_c \dot{w}_8$

Table 3. Linear governing equations of generalized force.

Section	Generalized Force
Node 1	$Q_{ntb} = \ddot{w}_{tb} \beta_{ntb} - P_{tb} A_1 (-\bar{\Phi}_{ntb})$
Node 2	$F_{2x} = - \left[(P_{tb} - P_2) A_1 - \ddot{w}_2 \frac{L_{id1}}{g} \right]$ $F_{2z} = (P_2 - P_3) A_2 - \ddot{w}_2 \frac{L_{id2}}{g}$
Node 3	$F_{3z} = (P_2 - P_3) A_2 - \ddot{w}_3 \frac{L_{id2}}{g}$ $F_{3x} = - \left[(P_3 - P_4) A_2 - \ddot{w}_3 \frac{L_{id3}}{g} \right]$
Node 4	$F_{4x} = - \left[(P_3 - P_4) A_2 - \ddot{w}_4 \frac{L_{id3}}{g} \right]$
Node 5	$F_{5z} = (P_4 - P_5) A_3 - \ddot{w}_5 \frac{(L_{lx} + L_{lz})}{g}$
Node 6	$F_{6z} = (P_5 - P_6) A_3 - \ddot{w}_6 \frac{L_f}{g}$
Node 7	$F_{7z} = (P_6 - P_7) A_4 - \ddot{w}_7 \frac{L_h}{g}$
Node 8	$F_{8z} = (P_7 - P_8) A_4 - \ddot{w}_8 \frac{L_d}{g}$
Node tc	$F_{tcx} = -A_{tc} C_f P_{tc} (-1)$

3.3 재구성된 공급/추진계의 일반화된 가진력

앞서 Eq. 17에서 언급한 일반화된 가진력 $Q_n(t)$ 를 구하기 위해서는 n번째 모드에서 각 노드에 가해지는 외력과 모달 변형량을 곱해야 한다. 따라서 $Q_n(t)$ 을 식으로 나타내면 Eq. 20과 같다. 이 때 $\bar{\phi}_a^{(b)}$ 는 a번 좌표, b성분에서의 정규화된 모달 변위를 의미한다.

$$\begin{aligned}
 Q_n = & Q_{ntb} + F_{2x} \bar{\phi}_1^{(x)} + F_{2z} \bar{\phi}_1^{(z)} + F_{3z} \bar{\phi}_3^{(z)} \\
 & + F_{3x} \bar{\phi}_3^{(x)} + F_{4x} \bar{\phi}_4^{(x)} + F_{5z} \bar{\phi}_4^{(z)} + F_{6z} \bar{\phi}_7^{(z)} \\
 & + F_{7z} \bar{\phi}_7^{(z)} + F_{8z} \bar{\phi}_7^{(z)} + F_{tcx} \bar{\phi}_7^{(x)}
 \end{aligned} \quad (20)$$

외력의 위치는 Fig. 8에 제시되어 있고, 각 노드에 작용하는 외력 수식은 Table 3에 정리하였다.

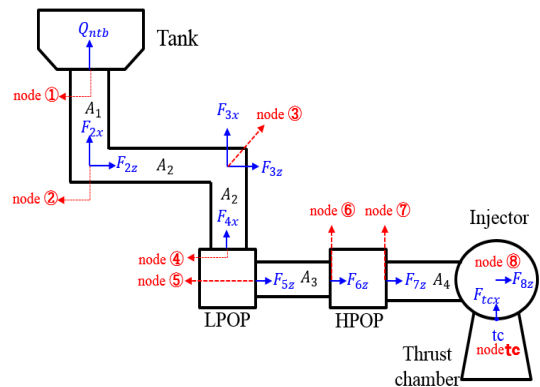


Fig. 8 Forces exerted on each component in the simplified space shuttle propulsion system.

3.4 Lehtinen[1]의 고유치 해석 결과 개선방안

Lehtinen[1]에 제시된 우주왕복선의 공급/추진

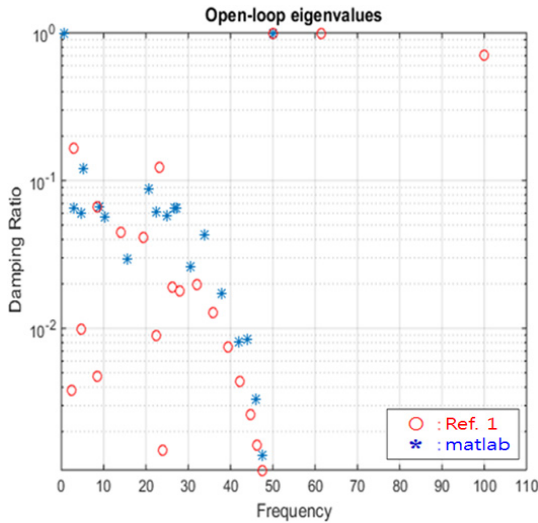


Fig. 9 Comparison of the eigenvalue estimations between the present and the existing study[1].

계를 정식화한 수식을 바탕으로 고유치 해석을 수행하였다. Fig. 9를 보면 파란색 점은 참고문헌[1] 내의 정식화된 공급/추진계 수식을 활용하여 MATLAB 프로그램으로 도출해낸 결과이고, 빨간색 원은 참고문헌[1]에서 수행한 고유치해석 결과이다.

두 결과를 비교하였을 때 오차가 있음을 확인할 수 있다. 그 원인으로서는 참고문헌[1] 내의 정식화된 공급/추진계 수식에 기록상의 오류가 존재하여 MATLAB으로 도출한 결과가 부정확하기 때문에 나타난 오차로 파악된다. 따라서 정확한 MATLAB 해석을 수행하기 위해서는 참고문헌 [1] 내 수식의 오류를 수정하여야 한다. 하지만 계산과정에 대한 명확한 설명이 제시되어있지 않고, 누락된 계산 항이 존재하기 때문에 참고문헌[1]의 수식으로는 정확한 해석이 어려운 것으로 예상된다. Lehtinen[1]의 Table 7에 제시된 행렬식이 대표적인 기록적 오류로, 공급/추진계 정식화 과정에서 컴플라이언스, 레지스턴스, 이너턴스의 조합으로 구성되는 행렬항이 잘못된 수식을 구성하고 있다.

Oppenheim[5]으로 재구성한 우주왕복선 공급/추진계의 경우, 각 구성품마다 구체적인 정식화 과정이 제시되어있고 정식화된 절차가 명확하며,

수식에서 각 항이 의미하는 바를 알 수 있다.

또한 전체 공급/추진계를 2차 선형 미분 행렬 형태의 간단한 수식으로 구성하였기 때문에 고유치해석 과정이 간단하다. 따라서 해석값과 참고문헌과의 차이가 발생하였을 때 오류점점이 용이하다는 장점이 있다. 결과적으로, 본 논문에서 제시한 정식화 방법을 통해 발사체 공급/추진계의 쉽고 정확한 포고 불안정성 해석이 가능하다.

4. 결 론

포고 현상을 해석하기 위해서는 구조의 반응을 포함하는 공급/추진계의 수학적 해석모델이 필요하다. 과거의 연구에서는 임의의 형상을 가진 발사체 구성품을 수식으로 정리하여 포고 해석 모델을 수학적으로 전개하였다.

본 연구에서는 이전 연구의 정식화를 이용하여 우주왕복선의 공급/추진계를 정식화하는 과정을 수행하였다. 본 논문에서 제시한 정식화된 수식을 보면 압력과 중량변위, 구조반응이 변수로 작용하고, 나머지 항을 상수로 취급하였다. 특히 공동 컴플라이언스 C_b , 펌프이득 $m+1$ 과 같이 비선형성을 가지는 항 또한 상수로 취급하였다. 이렇게 함에 따라 공급/추진계를 단순한 2차 선형 미분 행렬 형태로 구성할 수 있고, 포고현상 해석에 중요한 세 변수의 고유치와 고유벡터를 직접 구할 수 있는 장점이 있다.

본 논문을 바탕으로 포고해석을 위한 발사체 공급/추진계의 수학적 모델링 정식화 과정을 확립할 수 있다. 또한 우주왕복선 뿐만 아니라 복잡한 형상을 가진 임의의 발사체 공급/추진계에서 본 논문에서 제안한 정식화 방법으로 체계적이고 단순한 모델링이 가능하다.

후 기

본 연구는 서울대학교 차세대 우주추진 연구센터와 연계된 미래창조과학부의 재원으로 한국

연구재단의 지원을 받아 수행한 선도연구센터지원사업(NRF-2013R1A5A1073861)의 연구 결과입니다.

References

1. Lehtinen, B. and Lorenzo, C.F., "Space shuttle Active-pogo Suppressor Control Design Using Linear Quadratic Regulator Techniques," *Technical Report, National Aeronautics and Space Administration, Scientific and Technical Information Office, NASA-TP-1217*, Jan. 1979.
2. Lock, M.H. and Rubin, S., "Passive Suppression of Pogo on the Space Shuttle," NASA CR-132452, 1974.
3. Lock, M.H. and Rubin, S., "Active Suppression of Pogo on the Space Shuttle," NASA CR-134749, 1974.
4. Rubin, S., Wagner, R.G. and Payne, J.G., "Pogo Suppression on Space Shuttle Early Studies," NASA CR-2210, 1973.
5. Bohdan, W.O. and Sheldon, R., "Advanced Pogo Stability Analysis for Liquid Rockets," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 30, No. 3, pp. 360-373, 1993.
6. Sim, J.S., Lee, S.G., Shin, S.J., Seo, Y.J., Ann, S.J., Song, H.S. and Kim, Y.D., "Stability analysis and Composition of System for Pogo Prediction of Space Launch Vehicle in Preliminary Design," *47th KSPE Fall Conference*, Gangwon-do, Korea, pp. 896-900, Dec. 2016.
7. Jang, E.Y., Park, H.H., Kim, S.K. and Kim, Y., "A Study on the Flow Control for Stable Combustion of Liquid Rocket," *Journal of the Korean Society of Propulsion Engineers*, Vol. 4, No. 2, pp. 6-11, 2000.